Contrôle : Théorie des Graphes
Niveau : 3ème année
Date : 09/12/2014
Durée : 1h30
Nombre de Pages : 1
Document autorisé : Oui ☐ Non

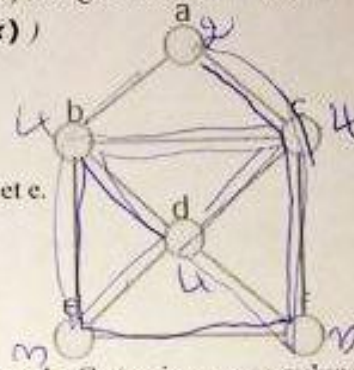
AUTOURS DU COURS (10 points)

Exercice 1 : Construire un graphe orienté G = (V, A) tel que :

- $V(G) = \{v_i \; / \; i = 1, \ldots, 6\}$
- $A(G) = \{(v_i, v_j) \; / \; 1 \le i, j \le 6 \; ; \; i \ne j \; ; \; i \text{ divise } j\}$

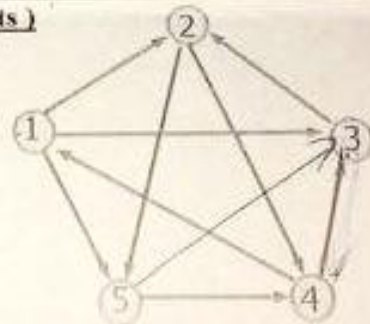
Donner i) son ordre |G|, ii) le nombre d'arcs |A|, iii) les demi-degrés intérieurs de chaque sommet, iv) les demi-degrés extérieurs de chaque sommet, v) le degré minimum δ(G) du graphe G, iv) le degré maximum Δ(G) du graphe G. *(Rappel : Le degré d'un sommet x de G est* $d(x) = d^{+}(x) + d^{-}(x)$ *)*

Exercice 2 : On considère le graphe G ci-contre :

1- Ce graphe est-il complet ?
2- Ce graphe est-il connexe ?
3- Donner au moins trois chaines différentes partant du sommet a vers le sommet e.
4- Déterminer le nombre de sommets de degré impairs.
Que peut-on dire sur ce graphe ?
5- Trouver une chaîne partant du sommet a et qui passe par toutes les arêtes du graphe. Cette chaîne est-elle eulérienne ?
Cette chaine est-elle élémentaire ?
6- Chercher une chaîne partant du sommet e qui parcourt tous les sommets du graphe G et qui ne passe qu'une fois sur chacune des arrêtes. Cette chaîne est-elle Eulérienne ?
7. Trouver une chaîne simple partant de e et qui passe par tous les sommets de graphe. Cette chaîne est-elle simple ?

(Rappel : Une chaîne simple est une chaîne ne passant pas deux fois par une même arête.)

FERMETURE TRANSITIVE (5 points)

Exercice 1 : On considère le graphe orienté G ci-contre :

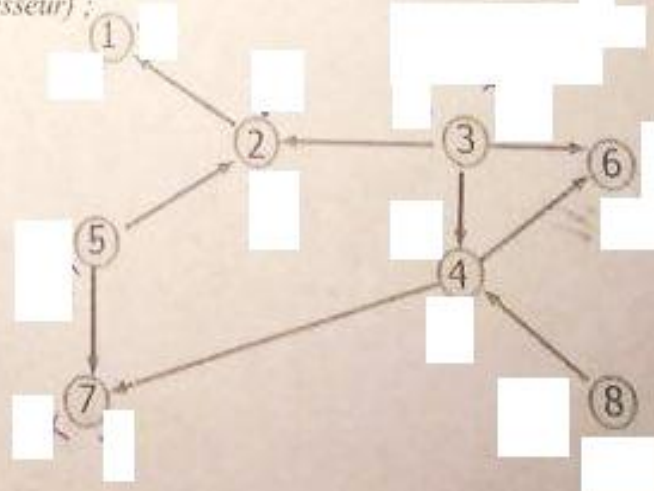
En appliquant un algorithme de votre choix (vu en cours), déterminer la fermeture transitive du graphe G.

NOYAU D'UN GRAPHE ORIENTE (5 points)

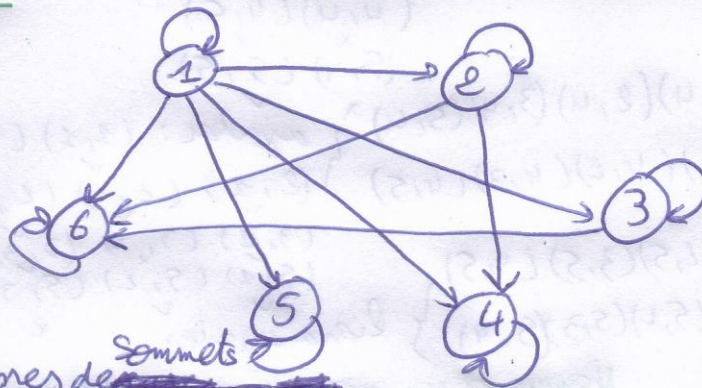
Exercice 1 : On considère l'***algorithme Noyau*** suivant :

Début
Lire le graphe G = (X, U) : un graphe orienté sans circuit ;
Initialement aucun sommet n'est coloré ;
Numéroté les sommets du graphe G selon une numérotation inverse : si (i, j) ∈ U alors i est strictement plus grand j (en particulier le sommet 1 est un sommet sans successeur) ;
Colorer en rouge le sommet 1
Pour k = 2 à N (N = nombre de sommets) faire
Si un des successeurs de k est rouge, colorer k en vert
Sinon colorer k en rouge
Fin Pour
Le noyau est l'ensemble des sommets rouges
Fin

1- Le graphe G suivant admet-il cycle ? admet-il un noyau ?
2- Faire tourner l'***algorithme Noyau*** sur le graphe G

VINCI L'ingénierie de Demain	Nom : VINCI Prénom : 34 Niveau : 3 année : 2015 semestre : 1 Epreuve de : T G Table d'examen n° :	Note :

Intercalaire n° : ....

Autours du cours (10 pts) :

Exercice 1 :

i) $|G|$ = nombres de sommets

$|G| = 6$

ii) $|A| = 14$

iii) $d^-(1)=0$; $d^-(2)=1$; $d^-(3)=1$; $d^-(4)=2$; $d^-(5)=1$; $d^-(6)=3$;

iv) $d^+(1)=5$; $d^+(2)=2$; $d^+(3)=1$; $d^+(4)=0$; $d^+(5)=0$; $d^+(6)=0$;

v) $\delta(G)$ min = 1

vi) $\delta(G)$ max = 5

Exercice 2 :

1) le graphe est complet.

2) le graphe est connexe.

3) a-b-e ; a-c-d-e ; a-c-f-e

4) 4 sommets, on peut dire que ce graphe admet une chaine eulérienne

5) a-b-e-f-c-b-d-f-e-d-c-a

cette chaine n'est pas eulérienne (passe 2 fois par l'arête e-f)

6) e-d-c-b-a-c-f-d-b-e

cette chaine est pas eulérienne.

7) e-d-c-b-a-c-f-d-b-e

cette chaine est simple.

Fermeture Transitive (5 pts) :

Exercice :

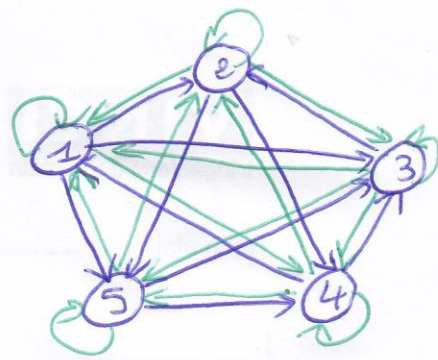
On appliquant l'algorithme de warshall :

Sommet 1 : arcs entrants (4,1) } ajouter
" sortants (1,2) (1,3) (1,5) } (4,2) (4,3) (4,5)

Sommet 2 : " entrants (1,2) (3,2) (4,2) } ajouter :
" sortants (2,4) (2,5) } (1,4) (1,5)
(3,4) (3,5)
(4,4) (4,5)

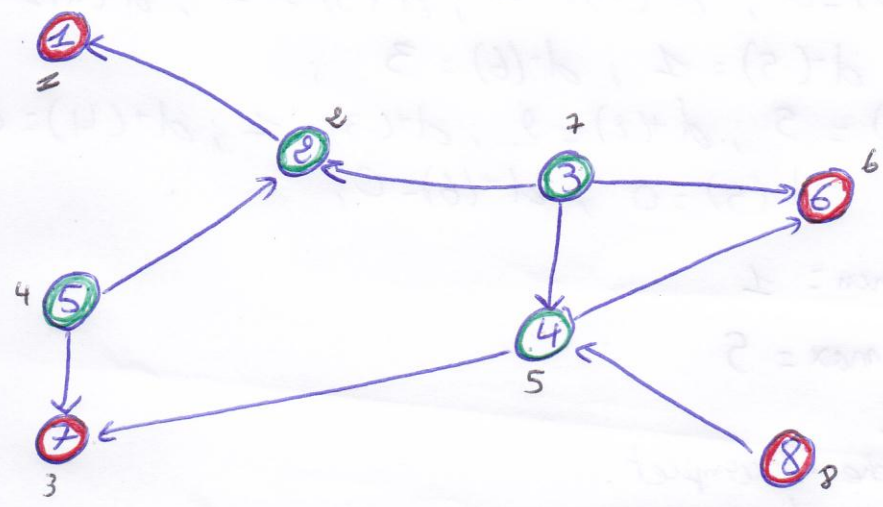
Sommet 3 : " entrants (1,3) (4,3) (5,3) } ajouter :
" sortants (3,4) (3,5) } (3,4) (1,5)
(4,4) (4,5)
(5,4) (5,5)

Sommet 4 : " entrants (1,4) (2,4) (3,4) (5,4) } ajouter : (1,1) (1,2) (1,3) (1,5)
" sortants (4,1) (4,2) (4,3) (4,5) } (2,1) (2,2) (2,3) (2,5)
(3,1) (3,2) (3,3) (3,5)
(5,1) (5,2) (5,3) (5,5)

Sommet 5 : " entrants (1,5) (2,5) (3,5) (4,5)
" sortants : (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) } rien à ajouter.

Noyau d'un graphe orienté (5 pts)

Exercice :

1) le graphe G n'admet pas un cycle, et il admet un noyau

2)

Sommets noyau : 1 - 6 - 7 - 8

Sommets hors noyau : 2 - 3 - 4 - 5